

4 МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Основные формулы и законы

4.1 Количество вещества тела

$$\nu = \frac{N}{N_A}, \quad \nu = \frac{m}{\mu}$$

4.2 Концентрация молекул

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\rho \cdot N_A}{\mu}$$

4.3 Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{кв} \rangle^2 = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle = nkT$$

4.4 Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT$$

4.5 Средняя полная кинетическая энергия (поступательного и вращательного) движения одной молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT$$

где i - число степеней свободы, k - постоянная Больцмана
 $i=3$ для одноатомного газа;
 $i=5$ для двухатомного газа;
 $i=6$ для многоатомного газа.

4.6 Скорости молекул:

средняя квадратичная $\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$

средняя арифметическая $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\mu\pi}}$

наиболее вероятная $v_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$

где m_0 - масса одной молекулы

4.7 Средняя длина свободного пробега молекул

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} d^2 n \pi}$$

4.8 Среднее число соударений молекулы за 1с

$$\langle Z \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle \lambda \rangle} = \sqrt{2} n d^2 \langle v \rangle \pi$$

4.9 Распределение Больцмана

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}$$

4.10 Барометрическая формула

$$p = p_0 e^{-\frac{gh\mu}{RT}}$$

4.11 Уравнение Менделеева-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT = \nu RT$$

4.2 Примеры решения задач

Задача 1. В баллоне объемом $0,250 \text{ м}^3$ находится газ, состоящий из смеси углекислого газа и паров воды. Температура газа 327°С . Число молекул углекислого газа $6,60 \cdot 10^{21}$, число молекул паров воды $0,90 \cdot 10^{21}$. Вычислить давление и молярную массу газовой смеси.

Решение.

$V=0,250 \text{ м}^3$ $t=327^\circ\text{С}$ $N_1=6,60 \cdot 10^{21}$ $N_2=0,90 \cdot 10^{21}$ $\mu_1=44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ $\mu_2=18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ $N_A=6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ $p=? \quad \mu=?$	Давление смеси газов вычислим по закону Дальтона $p = p_1 + p_2 \quad (1)$ Парциальные давления газов p_1 и p_2 определим из уравнения Менделеева-Клапейрона $p_1 = \frac{m_1 RT}{\mu_1 V} \quad (2) \quad p_2 = \frac{m_2 RT}{\mu_2 V} \quad (3)$ Массы газов $m_1 = m_{01} \cdot N_1 = \frac{\mu_1 N_1}{N_A}$; $m_2 = m_{02} \cdot N_2 = \frac{\mu_2 N_2}{N_A}$
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

подставим в уравнения (2) и (3) соответственно

$$p_1 = \frac{\mu_1 N_1 RT}{\mu_1 V N_A} = \frac{N_1 RT}{V N_A}, \quad p_2 = \frac{\mu_2 N_2 RT}{\mu_2 V N_A} = \frac{N_2 RT}{V N_A}$$

тогда

$$p = \frac{RT(N_1 + N_2)}{N_A V}$$

Молярная масса смеси газов равна отношению массы смеси к количеству

вещества смеси $\mu = \frac{m}{\nu}$, где $m = m_1 + m_2$, $\nu = \nu_1 + \nu_2$

следовательно $\mu = \frac{m_1 + m_2}{\nu_1 + \nu_2}$. Учтя, что $\nu_1 = \frac{m_1}{\mu_1} = \frac{N_1 \mu_1}{\mu_1 N_A} = \frac{N_1}{N_A}$, $\nu_2 = \frac{m_2}{\mu_2} = \frac{N_2 \mu_2}{\mu_2 N_A} = \frac{N_2}{N_A}$

получим
$$\mu = \frac{N_1 \mu_1 / N_A + N_2 \mu_2 / N_A}{N_1 / N_A + N_2 / N_A} = \frac{N_1 \mu_1 + N_2 \mu_2}{N_1 + N_2}$$

Анализ единиц: $[p] = \left[\frac{(\text{Дж}/\text{моль} \cdot \text{К}) \cdot \text{К}}{\text{м}^3 \cdot \text{моль}^{-1}} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \right] = \text{Па}; \quad [\mu] = \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

Вычисления: $p = \frac{8,31 \cdot 600(6,6 + 0,9) \cdot 10^{21}}{0,25 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} = 248,5 \text{ Па}.$

$$\mu = \frac{(44 \cdot 6,6 + 18 \cdot 0,9) \cdot 10^{-3} \cdot 10^{21}}{(6,6 + 0,9) \cdot 10^{21}} = 41 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Ответ: $p = 248,5 \text{ Па}; \quad \mu = 41 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$

Задача 2. Найти энергию теплового движения молекул NH_3 , находящихся в баллоне объемом 10л при давлении 2,45 кПа. Какую часть этой энергии составляет энергия поступательного движения молекул?

Решение.

$V = 10^{-2} \text{ м}^3$ $p = 2,45 \cdot 10^3 \text{ Па}$ $\varepsilon - ? \quad \frac{\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle}{\varepsilon} - ?$	На каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия $\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{kT}{2}$ Т.к. молекула NH_3 четырехатомная, то она обладает тремя степенями свободы поступательного движения и тремя степенями свободы вращательного движения ($i=6$). Поэтому $\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad \langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle = \frac{3}{2} kT$
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Температуру газа найдем из уравнения Менделеева-Клапейрона $pV = \nu RT$:

$T = \frac{pV}{\nu R}$. Учитывая, что газ содержит $N = N_A \cdot \nu$ молекул получим

$$\varepsilon = \frac{ikTN}{2} = \frac{ikp\nu N_A}{2\nu R} = \frac{ipVN_A}{2N_A} = \frac{ipV}{2}, \quad \langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle = \frac{3kTN}{2} = \frac{3pV}{2}$$

$$\frac{\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle}{\varepsilon} = \frac{3pV/2}{ipV/2} = \frac{3}{i}$$

Анализ единиц: $[\varepsilon] = \text{Па} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$

Вычисления: $\varepsilon = \frac{6 \cdot 2,45 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2}}{2} = 73,5 \text{ Дж}, \quad \frac{\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle}{\varepsilon} = \frac{1}{2}$

Ответ: $\varepsilon = 73,5 \text{ Дж}, \quad \frac{\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle}{\varepsilon} = \frac{1}{2}.$

Задача 3. Сколько в среднем столкновений между молекулами водорода происходит за 1с, если плотность водорода $8,5 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$ и давление 96,4 кПа?
Решение.

$p=96,4 \cdot 10^3 \text{ Па}$ $\rho=8,5 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$ $\mu=2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ $d=0,27 \text{ мм} = 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ <hr/> $\langle Z \rangle - ?$	Среднее число столкновений между молекулами вычислим по формуле $\langle Z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle$ (1) Записываем основное уравнение молекулярно-кинетической теории $p = nkT$ (2) Из уравнения $pV = \frac{m}{\mu} RT$ найдем $p = \frac{m}{\mu V} RT = \frac{\rho RT}{\mu}$ (3)
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Приравняем правые части уравнений (2) и (3)

$$n kT = \frac{\rho RT}{\mu} \quad \text{откуда} \quad n = \frac{\rho RT}{\mu kT} = \frac{\rho N_A}{\mu} \quad (4)$$

Средняя арифметическая скорость равна $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$ (5)

Из уравнения Клапейрона-Менделеева $pV = \frac{m}{\mu} RT$ найдем $\frac{RT}{\mu} = \frac{pV}{m} = \frac{p}{\rho}$ и

подставим в уравнение (5) $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8p}{\pi \rho}}$

Подставляя выражения для n и $\langle v \rangle$ в (1) получим:

$$\langle Z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 \frac{\rho N_A}{\mu} \sqrt{\frac{8p}{\pi \rho}} = 4d^2 \frac{N_A}{\mu} \sqrt{\pi p \rho}$$

Анализ единиц: $\langle Z \rangle = \text{м}^2 \frac{\text{моль}^{-1}}{\text{кг/моль}} \sqrt{\frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = \frac{\text{м}^2}{\text{кг}} \sqrt{\frac{\text{кг}^2}{\text{м}^4 \text{с}^2}} = \frac{\text{м}^2 \text{кг}}{\text{кг м}^2 \text{с}} = \frac{1}{\text{с}} = \text{с}^{-1}$

Вычисления: $\langle Z \rangle = 4 \cdot (2,7 \cdot 10^{-4})^2 \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{2 \cdot 10^{-3}} \sqrt{96,4 \cdot 10^3 \cdot 85 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14} = 1,4 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$.

Ответ: $\langle Z \rangle = 1,4 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$.

Задача 4. Средняя длина свободного пробега молекулы углекислого газа при нормальных условиях равна $4 \cdot 10^{-6} \text{ см}$. Какова средняя арифметическая скорость молекул? Сколько столкновений в секунду испытывает молекула?

Решение:

$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ $\mu = 44 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ $T = 273 \text{ К}$ $\langle \lambda \rangle = 4 \cdot 10^{-6} \text{ см} = 4 \cdot 10^{-8} \text{ м}$ <hr/> $\langle v \rangle - ? \quad \langle Z \rangle - ?$	Средняя арифметическая скорость молекул $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\mu \pi}}$ Анализ единиц: $[v] = \sqrt{\frac{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Вычисления:
$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 273}{3,14 \cdot 44 \cdot 10^{-3}}} = 362 \text{ м/с}$$

Число столкновений молекулы в секунду $\langle Z \rangle$ зависит от средней арифметической скорости молекулы и от средней длины свободного пробега

$\langle \lambda \rangle$ и выражается формулой:
$$\langle Z \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle \lambda \rangle}$$

Вычисления:
$$\langle Z \rangle = \frac{362}{4 \cdot 10^{-8}} = 9,05 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$$

Ответ: $\langle v \rangle = 362 \text{ м/с}$; $\langle Z \rangle = 9,05 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$.

Задача 5. Найти кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре 13^0 C , а также кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в 4г кислорода.

Решение:

$$\mu = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$m = 4g = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$$

$$T = 286 \text{ К}$$

$$\langle \varepsilon \rangle - ? \quad W - ?$$

Так как вращательному движению двухатомной молекулы (молекула кислорода - двухатомная) приписываются две степени свободы, то энергия вращательного движения молекулы кислорода

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT = \frac{2}{2} kT = kT$$

Анализ единиц:

$$[\varepsilon] = [k] \cdot [T] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot \text{К} = \text{Дж}$$

Вычисления:
$$\langle \varepsilon \rangle = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 286 = 3,94 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул определяется из равенства $W = N \cdot \langle \varepsilon \rangle$, где N - число всех молекул газа

Число n выразим по формуле $N = N_A \cdot \nu$, где N_A - число Авогадро
 ν - число молей газа

$$\nu = \frac{m}{\mu}, \quad \text{где } m - \text{масса газа, } \mu - \text{молярная масса.}$$

Тогда получим:
$$N = N_A \cdot \frac{m}{\mu} \quad \text{откуда } W = N_A \cdot \frac{m}{\mu} \langle \varepsilon \rangle$$

Анализ единиц:
$$[W] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{кг}} = \text{Дж.}$$

Вычисления:
$$W = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} 3,94 \cdot 10^{-21} = 296 \text{ Дж}$$

Ответ: $\langle \varepsilon \rangle = 3,94 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$; $W = 296 \text{ Дж}$

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица А1 Основные физические постоянные

Физические постоянные	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	$9,81\text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	$8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Элементарный заряд	e	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Скорость света в вакууме	c	$3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная Вина	b	$2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
	c	$1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$
Постоянная Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
	\hbar	$1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Ридберга	R	$3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$
	R'	$1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Боровский радиус	a_0	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комптоновская длина волны электрона	λ_c	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$ (13,6 эВ)
Атомная единица массы	1 а.е.м.	$1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя электрона	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ (0,00055 а.е.м.)
Масса покоя протона	m_p	$1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ (1,00728 а.е.м.)
Масса покоя нейтрона	m_n	$1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ (1,00867 а.е.м.)
Масса покоя α -частиц	m_α	$6,64 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ (4,00149 а.е.м.)

Таблица А2 Соотношение между внесистемными единицами и единицами СИ

1 л = 10^{-3} м³
1 атм = $1,01 \cdot 10^5$ Па

1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж
1 Å = 10^{-10} м

1 мм.рт.ст. = 133 Па

Таблица А3 Молярная масса, эффективный диаметр молекул некоторых газов

Газ	$\mu \cdot 10^{-3}$, кг/моль	$d \cdot 10^{-10}$, м	Газ	$\mu \cdot 10^{-3}$, кг/моль	$d \cdot 10^{-10}$, м
Водород	2	2,3	Аргон	40	3,5
Гелий	4	1,9	Воздух	29	2,7
Азот	28	3,0	Углекислый газ	44	
Кислород	32	2,7	Пары воды	18	3,0
Неон	20				

Таблица А4 Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость ϵ	Вещество	Проницаемость ϵ
Вода	81	Слюда	7
Парафин	2	Кварц	4,5
Стекло	7	Воск	3

Таблица А5 Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление, Ом·м	Металл	Удельное сопротивление, Ом·м
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	Алюминий	$2,53 \cdot 10^{-8}$
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$
Нихром	$1,1 \cdot 10^{-6}$	Свинец	$2,2 \cdot 10^{-8}$

Таблица А6 Показатель преломления

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Алмаз	2,42	Глицерин	1,44
Вода	1,33	Стекло	1,50

Таблица А7 Работа выхода электронов

Металл	$A \cdot 10^{-19}$ Дж	A , эВ	Металл	$A \cdot 10^{-19}$ Дж	A , эВ
Вольфрам	7,2	4,5	Рубидий	3,4	2,1
Калий	3,5	2,2	Серебро	4,7	7,5
Литий	3,7	2,3	Цезий	3,2	2,0
Натрий	4,0	2,5	Цинк	6,4	4,0
Платина	10,1	6,3			

Таблица А8 Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименование

Приставка		Множитель	Приставка		Множитель
Наименование	Обозначение		Наименование	Обозначение	
Гига	Г	10^9	деци	д	10^{-1}
Мега	М	10^6	санتي	с	10^{-2}
Кило	к	10^3	милли	м	10^{-3}
			микро	мк	10^{-6}
			нано	н	10^{-9}
			пико	п	10^{-12}